

Dichtebestimmung

M2

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Dichte dreier Probekörper ist aus ihrer Masse und ihrem Volumen zu bestimmen.

1.2 Die Dichte der drei Probekörper ist nach der Auftriebsmethode zu bestimmen.

1.3 Die Dichte von Ethanol ist mit Hilfe eines Pyknometers zu bestimmen.

1.4 Die Dichten von Ethanol und NaCl-Lösung ist mit der Dichtewaage nach Mohr-Westphal und mit dem Aräometer zu bestimmen.

2 Grundlagen

Die Dichte ρ eines homogenen Stoffes ist das Verhältnis seiner Masse m zu seinem Volumen V :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

2.1 Analysenwaage

Die Bestimmung der Masse zählt zu den genauesten Messverfahren der Physik. Mit den Analysenwaagen im Praktikum lassen sich relative Genauigkeiten bis zu 10^{-6} erzielen! Bei solchen Präzisionsmessungen muss der Auftrieb in Luft berücksichtigt werden.

Jeder Körper, der sich in einem Medium (Flüssigkeit oder Gas) befindet, erfährt einen Auftrieb. Die Auftriebskraft F_A ist gleich der Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums (Archimedesches Prinzip):

$$F_A = m_M \cdot g = V \cdot \rho_M \cdot g \quad (2)$$

Dabei sind m_M die Masse und ρ_M die Dichte des vom Körper verdrängte Mediums, V sein Volumen und $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung.

Bei einer Analysenwaage (Balkenwaage) wirkt der Auftrieb in Luft der Dichte ρ_L sowohl auf den zu wiegenden Körper (Masse m , Dichte ρ) als auch auf die Wägestücke

(Masse m_N , Dichte ρ_N). Im Kräftegleichgewicht ist

$$m \cdot g - V \cdot \rho_L \cdot g = m_N \cdot g - V_N \cdot \rho_L \cdot g \quad (3)$$

bzw. mit $V = m/\rho$ und $V_N = m_N/\rho_N$

$$m = m_N \cdot \frac{1 - \rho_L/\rho_N}{1 - \rho_L/\rho} \quad (4)$$

Diese Formel für die Korrektur des Luftauftriebs gilt auch für moderne elektronische Analysenwaagen. Hier werden zwar bei der Wägung keine Gewichtstücke mehr benutzt, jedoch wird die Anzeige der Waage (entspricht m_N) mit Hilfe von Normalgewichtstücken mit der standardisierten Dichte von $\rho_N = 8000 \text{ kg/m}^3$ geeicht bzw. justiert.

2.2 Auftriebsmethode

Mit Hilfe des Auftriebes lässt sich relativ einfach die Dichte eines Körpers mit unbekanntem Volumen V bestimmen. Dazu wird der Körper mit Hilfe einer Analysenwaage an Luft und in Wasser eingetaucht gewogen.

m_1 bezeichne den Anzeigewert der Waage bei Wägung in Luft. Nach (4) ist

$$m_1 = m \cdot \frac{1 - \rho_L/\rho}{1 - \rho_L/\rho_N} \quad (5)$$

Danach wird der Körper völlig unter Wasser getaucht und erneut gewogen, Anzeige m_2 :

$$m_2 = m \cdot \frac{1 - \rho_W/\rho}{1 - \rho_L/\rho_N} \quad (6)$$

(ρ_W - Dichte des Wassers).

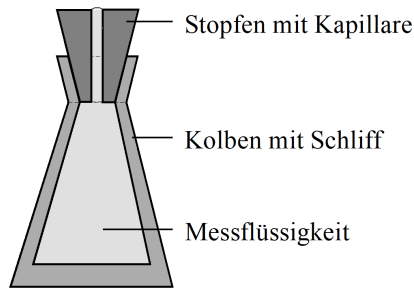
Aus den Gleichungen (5) und (6) folgt:

$$\rho = \frac{m_1 \rho_W - m_2 \rho_L}{m_1 - m_2} \quad (7)$$

2.3 Pyknometer

Ein Pyknometer ist ein Gefäß, mit dem ein Flüssigkeitsvolumen sehr genau reproduzierbar ist, da der durch die Krümmung der Oberfläche verursachte Volumenfehler wegen des geringen Kapillarquerschnittes sehr klein ist

Abb. 1:
Pyknometer



(Abb.1). So kann man damit über eine Messung der Masse sehr einfach und genau die Dichte von Flüssigkeiten bestimmen. Dabei erfolgt erst eine Messung mit Luft, um die Leermasse m_P des Pyknometers zu erhalten (ρ_P ist die Dichte des Pyknometers):

$$m_1 = m_P \cdot \frac{1 - \rho_L / \rho_P}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (8)$$

Danach wird die Masse des Pyknometers mit destilliertem Wasser (Masse m_W , Dichte ρ_W) und dann seine Masse mit der Messflüssigkeit (Masse m_{Fl} , Dichte ρ_{Fl}) bestimmt. m_1 , m_2 und m_3 bezeichnen jeweils Anzeige der Waage. Für Messung 2 und 3 ergibt sich:

$$m_2 = m_P \frac{1 - \rho_L / \rho_P}{1 - \rho_L / \rho_N} + m_W \frac{1 - \rho_L / \rho_W}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (9)$$

$$m_3 = m_P \frac{1 - \rho_L / \rho_P}{1 - \rho_L / \rho_N} + m_{Fl} \frac{1 - \rho_L / \rho_{Fl}}{1 - \rho_L / \rho_N} \quad (10)$$

Wegen des konstanten Pyknometervolumens ist außerdem

$$\frac{m_{Fl}}{m_W} = \frac{\rho_{Fl}}{\rho_W} \quad (11)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (8) bis (11) lässt sich ρ_{Fl} berechnen:

$$\rho_{Fl} = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} \cdot (\rho_W - \rho_L) + \rho_L \quad (12)$$

2.4 Mohr-Westphalsche Waage

Die Mohr-Westphalsche Waage ist eine ungleicharmige Hebelwaage. Der rechte Hebelarm ist durch Kerben in 10 gleiche Teile geteilt. Am Ende des Hebelarmes befindet sich ein Senkkörper mit sehr genau definiertem Volumen. Wird der Senkkörper in eine Flüssigkeit getaucht, erfährt er einen Auftrieb, der durch die Gewichtskraft entsprechend aufge-

legter Reiter kompensiert werden kann. Zur original Mohr-Westphalschen Waage (Abb.2) gehören große, mittlere und kleine Reiter, deren Gewichtskräfte sich wie 100 : 10 : 1 verhalten. Die relative Dichte ergibt sich aus der Position der Reiter in den Kerben 1 bis 10.

Die moderneren, im Praktikum eingesetzten Dichtewaagen verwenden einen in 100 Teile eingeteilten Wägebalken, zwei Reiter im Verhältnis 100 : 1 und ein zusätzliches Anhängewicht. Die Dichte wird auf 4 Dezimalstellen an der Stellung der Reiter abgelesen.

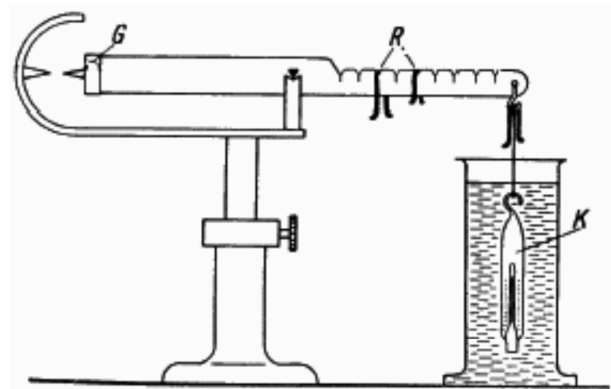


Abb. 2: Mohr-Westphalsche Waage

3 Versuchsaufbau

Geräte:

- Analysenwaage mit Dichtebestimmungseinrichtung (Tauchkorb, Brücke, Becherglas)
- Messschieber
- Pyknometer
- Dichtewaage mit Senkkörper und Senkglas (ca. 130 ml)
- 2 Aräometer und 2 Standzylinder (100 ml)
- 3 Probekörper
- 2 Flaschen mit Ethanol und NaCl-Lösung
- Spritzflasche mit H₂O dest.
- Pinzette
- Pipette
- Thermometer
- Tabelle zur Dichte von Wasser

Die Waage am Arbeitsplatz ist für die Dichtebestimmung nach der Auftriebsmethode ausgerüstet. Der Standard-Wägeteller ist durch ein Gestell ersetzt, in welches der Tauchkorb eingehängt werden kann. Mit Brücke und Be-

cherglas ermöglicht dies ohne Umbau das Wiegen in Wasser (auf dem Tauchkorb) und an Luft (auf der oberen Schale).

Wenn ausschließlich an Luft gewogen werden soll (Aufgaben 1 und 3), können Tauchkorb und Brücke entfernt werden.

4 Versuchsdurchführung

Die Analysenwaage erreicht die vom Hersteller angegebene Genauigkeit nur im günstigsten Fall, d.h. ohne Dichtebestimmungseinstellung, richtig justiert, bei Arbeit mit äußerster Sauberkeit und Vermeidung von Erschütterungen, Luftbewegungen und Temperaturschwankungen. Arbeiten Sie besonders sorgfältig und schätzen Sie ggf. eine größere Messunsicherheit!

Zu Versuchsbeginn wird die Analysenwaage positioniert und mittels der verstellbaren Füße nivelliert.

4.1 Masse und Volumen

Zur Bestimmung ihrer Masse werden die drei Probekörper in Luft gewogen. Für die Bestimmung des Volumens werden Höhe und Durchmesser der zylindrischen Probekörper mit dem Messschiebers gemessen.

4.2 Auftriebsmethode

Die Probekörper müssen an Luft und in Wasser gewogen werden (m_1 und m_2). Die Wägungen an Luft sind bereits in 4.1 erfolgt. Zur Bestimmung der Masse m_2 wird das Becherglas mit Wasser auf die Brücke gestellt, der Tauchkorb vorsichtig eingehängt und die Waage auf Null abgeglichen („Tare“-Taste). Danach legt man jeden der drei Probekörper mit der Pinzette vorsichtig auf den Tauchkorb, so dass der Körper vollständig in das Wasser eintaucht, und liest m_2 ab.

Die Reproduzierbarkeit der Messungen mit dem etwas wackeligem Gestell zur Dichtebestimmung ist nicht so gut wie mit der normal ausgestatteten Waage. Bei der Wägung in Wasser können durch Luftbläschen und Spritzer größere Fehler entstehen. Achten Sie darauf und führen Sie alle Wägungen mindestens 3 mal durch!

Messen Sie die die Temperatur des Wassers.

4.3 Pyknometer

Bestimmen Sie die Leermasse des Pyknometers m_1 , die Masse des Pyknometers mit destilliertem Wasser m_2 und die Masse des Pyknometers mit Ethanol m_3 . Das Pyknometer wird jeweils bis zum Überlaufen gefüllt und außen sorgfältig abgetrocknet. Messen Sie auch die Temperatur der Flüssigkeiten.

4.4 Dichtewaage und Aräometer

Zunächst wird die Nullpunktseinstellung der Dichtewaage kontrolliert und ggf. nachjustiert. Verfahren Sie hierzu entsprechend der ausliegenden Bedienungsanleitung.

Für die Bestimmung der Dichte muss der Senkkörper vollständig in die Flüssigkeit eingetaucht sein. Vermeiden Sie Luftbläschen sowie die Berührung der Gefäßwand! Die Waage wird durch Verschieben der Reiter abgeglichen. Dabei bleibt für Dichten $< 1 \text{ g/cm}^2$ das Anhängengewicht eingehängt, bei Dichten $> 1 \text{ g/cm}^3$ muss es ausgehängt werden.

Für die Messung der Dichte mit dem Aräometer sind die beiden mit Ethanol und NaCl beschrifteten Standzylinder und die entsprechenden Aräometer zu verwenden. Die Flüssigkeiten werden in die Standzylinder gegossen, die Aräometer eingetaucht, die Messwerte abgelesen.

Messen Sie auch die Temperaturen aller untersuchten Flüssigkeiten.

Die Messflüssigkeiten sind im Anschluss in die richtigen Behälter zurückzufüllen!

5 Auswertung

5.1 Berechnen Sie die Dichten der Probekörper und ihre Messunsicherheiten nach Gl. (1). Die Auftriebskorrektur nach (4) ist nicht erforderlich. (Warum?)

5.2 Berechnen Sie die Dichten der Probekörper nach Gl. ((7)). Die Dichte von Wasser bei der gemessenen Temperatur ρ_w ist der Tabelle zu entnehmen. Die Dichte von Luft beträgt bei Raumtemperatur etwa $\rho_L = 0,0012 \text{ g/cm}^3$.

Vergleichen Sie die Ergebnisse aus 5.1 und 5.2 miteinander und mit Tabellenwerten. Um welches Material könnte es sich handeln?

5.3 Die Dichte von Ethanol ist nach Gleichung (12) zu berechnen.

5.4 Vergleichen Sie die mittels Dichtewaage, Aräometer und Pyknometer gemessenen Dichten der Flüssigkeiten sowie die abgeschätzten Messunsicherheiten miteinander. Vergleichen Sie die Dichte von Ethanol mit dem Literaturwert und diskutieren Sie mögliche Abweichungen.

6 Literatur

Grimshl: Lehrbuch der Physik Bd.1. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Springer, 2014

7 Kontrollfragen

7.1 Welche Methoden zur Bestimmung der Dichte von festen Körpern und Flüssigkeiten kennen Sie?

7.2 Welchen Einfluss hat der Auftrieb in Luft auf Wägungen?

7.3 Erläutern Sie die Messmethode mit dem Pyknometer! Worauf ist dabei besonders zu achten?