

# Wechselstromkreis

# E 31

## 1 Aufgabenstellung

1.1 Bestimmung von Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung im Wechselstromkreis

1.2 Aufbau und Untersuchung einer Siebkette

## 2 Physikalische Grundlagen

In einem Wechselstromkreis (Abb.1) befindet sich eine Spannungsquelle mit der Wechselspannung  $U$ :

$$U = \hat{U} \cdot \cos \omega t. \quad (1)$$

Ist im Stromkreis ein Bauelement mit dem Wechselstromwiderstand  $Z$  (z.B. ein Kondensator oder eine Spule oder ein Widerstand), so fließt ein Wechselstrom  $I$ :

$$I = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi). \quad (2)$$

Es bedeuten:  $\hat{I}$  und  $\hat{U}$  die Scheitelwerte (Amplituden) von Strom und Spannung,  $t$  die Zeit;  $\varphi$  eine möglicherweise auftretende Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung,  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz und  $f$  die Frequenz.

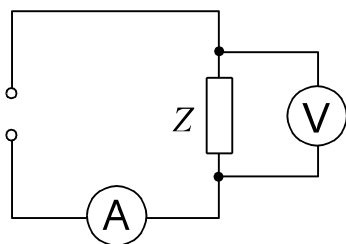


Abb. 1: Wechselstromkreis

Die im Wechselstromkreis (Abb.1) eingezeichneten Messinstrumente zeigen i. A. die Effektivwerte von Strom  $I_{eff}$  und Spannung  $U_{eff}$  an. Die Effektivwerte sind quadratische Mittelwerte von  $I$  bzw.  $U$ , und es gilt:

$$\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I_{eff}, \quad \hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}. \quad (3)$$

Nach der englischen Bezeichnung nennt man den Effektivwert auch rms-Wert (für root mean square).

Der Mittelwert der Leistung  $P$  im Wechselstromkreis ist:

$$P = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} \cos \varphi = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi. \quad (4)$$

Ist das passive Bauelement im Stromkreis ein Kondensator mit der Kapazität  $C$ , so ist

$$Q = C \cdot U, \quad I = dQ/dt. \quad (5)$$

Aus (1) und (5) ergibt sich:

$$\begin{aligned} I &= -\hat{U} \omega C \sin \omega t \\ &= \hat{U} \omega C \cos(\omega t + \pi/2). \end{aligned} \quad (6)$$

Der Vergleich der Gleichungen (6) und (2) liefert:

$$\hat{I} = \hat{U} \omega C, \quad \varphi_C = \pi/2. \quad (7)$$

Zwischen dem Strom und der angelegten Spannung besteht also eine Phasenverschiebung von  $\pi/2 = 90^\circ$ , und zwar eilt der Strom der Spannung voraus. Der Quotient

$$\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = X_C \quad (8)$$

ist der Wechselstromwiderstand (kapazitiver Blindwiderstand) eines Kondensators. Aus (7) und (8) folgt:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}. \quad (9)$$

Ist das passive Bauelement im Stromkreis (Abb.1) eine Spule mit der Induktivität  $L$  (der ohmsche Widerstand der Spule werde vernachlässigt), so ist:

$$U = L \cdot dI/dt. \quad (10)$$

Aus (1), (2) und (10) ergibt sich:

$$U = -\hat{I} \omega L \sin(\omega t + \varphi). \quad (11)$$

Aus dem Vergleich der Gleichungen (1) und (11) folgt:

$$\hat{U} = \hat{I} \omega L, \quad \varphi_L = -\pi/2. \quad (12)$$

Zwischen dem Strom und der angelegten Spannung besteht also eine Phasenverschiebung von  $-\pi/2 = -90^\circ$ , es eilt die Spannung dem Strom voraus. Der Quotient

$$\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = X_L \quad (13)$$

ist der Wechselstromwiderstand (induktiver Blindwiderstand) einer Spule.

Nach (12) und (13) ist

$$X_L = \omega \cdot L. \quad (14)$$

Befindet sich in einem Wechselstromkreis eine Reihenschaltung von Spule ( $L$ ) und Widerstand ( $R$ ), so besteht aufgrund der oben genannten Phasenverschiebung  $\varphi_L$  folgende Beziehung zwischen den Effektivwerten (bzw. Scheitelwerten) der angelegten Spannung (Gesamtspannung)  $U$ , der Spannung  $U_L$  an der Spule und dem Spannungsabfall  $U_R$  am Widerstand:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2. \quad (15)$$

Diese Beziehung ist in Abb.2 als Zeigerdiagramm dargestellt. Der Phasenwinkel  $\varphi$  für die Reihenschaltung in Abb.2 gibt die Phasenverschiebung zwischen der angelegten Spannung  $U$  (Gesamtspannung) und dem Strom  $I$  an, da in einem ohmschen Widerstand  $R$  Strom und Spannung in Phase sind ( $\varphi_R = 0$ ). Entsprechend den Definitionen (8) und (13) für die Wechselstromwiderstände von Kon-

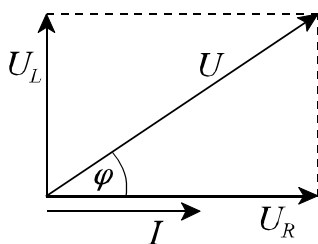


Abb. 2: Zeigerdiagramm zu Gleichung (15)

densatoren und Spule gilt für den gesamt-

widerstand (Scheinwiderstand)  $Z$  der Reihenschaltung :

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}. \quad (16)$$

Für die Beziehung zwischen den Wechselstromwiderständen ergibt sich dann:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2, \quad (17)$$

Abb.3 zeigt das dazugehörige Zeigerdiagramm.

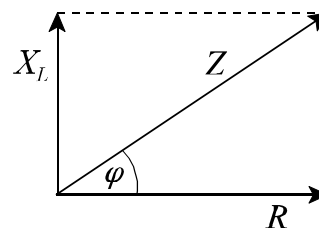


Abb. 3: Zeigerdiagramm zu Gleichung (17)

Aus den Abbildungen (2) und (3) folgen die Gleichungen:

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}, \quad \tan \varphi = \frac{\omega L}{R}. \quad (18)$$

Befindet sich im Wechselstromkreis eine Reihenschaltung von Kondensator  $C$  und Widerstand  $R$ , so ergibt sich analog zu den vorhergehenden Betrachtungen:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 \quad (19)$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \quad (21)$$

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}, \quad \tan \varphi = \frac{1}{\omega CR}. \quad (20)$$

Die Abbildungen (4) und (5) enthalten die entsprechenden Zeigerdiagramme.

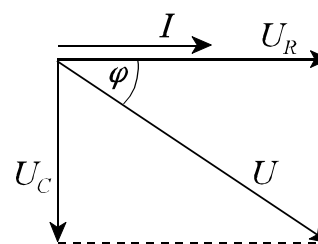


Abb. 4: Zeigerdiagramm zu Gleichung (19)

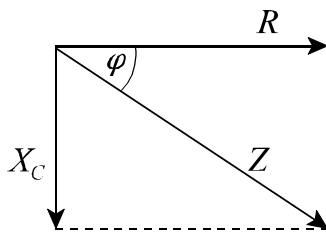


Abb. 5: Zeigerdiagramm zu Gleichung (20)

Mit Hilfe der Gleichungen (18) und (21) können also Phasenverschiebungen  $\varphi$  zwischen dem Strom  $I$  und der angelegten Spannung  $U$  berechnet werden.

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung von Phasenverschiebungen zwischen zwei Schwingungen gleicher Frequenz besteht in der senkrechten Überlagerung dieser beiden Schwingungen (Lissajous-Figuren). Das Überlagerungsbild der beliebigen Phasenwinkel ergibt Ellipsen mit verschiedenen Schräglagen (Abb.6). Der Phasenwinkel  $\varphi$  errechnet sich aus:

$$\sin \varphi = \frac{Y_1}{Y_2}. \quad (22)$$

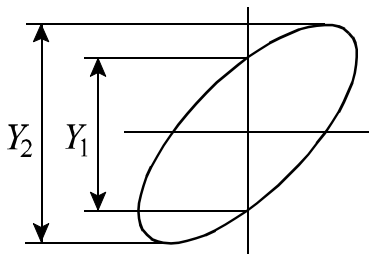


Abb. 6: Lissajous-Figur zweier phasenverschobener Wechselspannungen

### 3 Versuchsaufbau

#### 3.0 Geräte:

- Generator 1 kHz
- Oszilloskop (siehe Anhang)
- 2 Spannungsmesser
- Schalttafel für Siebkette
- verschiedene Bauelemente
- Verbindungsleitungen

3.1 Für die Messung wird eine Schaltung nach

der Abb.7 verwendet. Der Winkel  $\varphi$  der Phasenverschiebung zwischen der Gesamtspannung  $U$  und dem Strom  $I$  soll nach vier verschiedenen Verfahren bestimmt werden:

3.1.1 aus der Messung der angelegten Gesamtspannung  $U$  und der Wechselspannung  $U_R$  am Widerstand  $R$ , die dem Strom  $I$  proportional ist,

3.1.2 aus der Darstellung der beiden Wechselspannungen auf dem Oszilloskop,

3.1.3 aus der senkrechten Überlagerung der beiden Schwingungen (Lissajous-Figuren),

3.1.4 aus den Daten der Bauelemente (Berechnung nach den Gl. (18) und (19)).

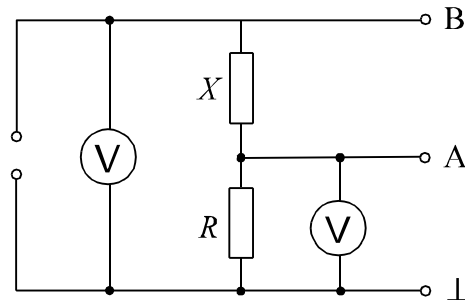


Abb. 7: Schaltung zur Bestimmung der Phasenverschiebung

3.2 Als Anwendung der Wirkung der Bauelemente  $L$  und  $C$  im Wechselstromkreis wird eine Siebkette nach Abbildung 8 aufgebaut.

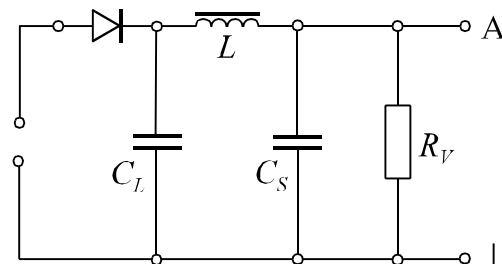


Abb. 8: Schaltung der Siebkette

### 4 Versuchsdurchführung

Lesen Sie zur Vorbereitung die „Kurzanleitung zum Oszilloskop“ im Anhang.

4.1 Die Schaltung nach Abbildung 7 ist

aufzubauen. Als Spannungsquelle dient der Generator mit einer Ausgangsspannung von  $U_{eff} = 5 \text{ V}$  und einer Frequenz von  $1 \text{ kHz}$ . Für  $R$  wird ein Widerstand von  $1 \text{ k}\Omega$  eingesetzt, für  $X$  werden als Bauelemente nacheinander ein Widerstand von  $2 \text{ k}\Omega$ , ein Kondensator mit  $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$  und eine Drosselspule mit  $L = 0,1 \text{ H}$  eingebaut.

**4.1.1** Die Effektivwerte der angelegten Gesamtspannung  $U$  und der Wechselspannung  $U_R$  am Widerstand  $R$  sind für die drei Bauelemente zu messen.

**4.1.2** Die Spannungsmesser werden aus der Schaltung entfernt. Die Buchse A wird mit dem Eingang CH I und die Buchse B mit dem Eingang CH II des Oszilloskops verbunden; die Masse-Buchsen ( $\perp$ ) sind ebenfalls zu verbinden. Auf dem Oszilloskop werden die angelegte Wechselspannung  $U$  und die Wechselspannung am Widerstand  $R$ , die dem Strom  $I$  proportional ist, gleichzeitig dargestellt, so dass die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen der Gesamtspannung  $U$  und dem Strom  $I$  abgelesen werden kann. Dieses wird für alle drei Bauelemente  $X$  durchgeführt.

**4.1.3** Die Schaltung von 4.1.2. wird beibehalten. Das Oszilloskop ist so einzurichten, dass eine der beiden Wechselspannungen an den Y-Platten und die andere an den X-Platten anliegt. Die Abschnitte  $Y_1$  und  $Y_2$  der Ellipsen auf dem Bildschirm (vergl. Abb.6) sind für die Bauelemente  $C$  und  $L$  zu vermessen.

**4.2** Für die Siebkette (Abb.8) werden folgende Bauelemente verwendet:

Gleichrichter,

Verbraucherwiderstand  $R_V = 10 \text{ k}\Omega$ ,

Ladekondensator  $C_L = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$ ,

Siebkondensator  $C_S = 4 \text{ }\mu\text{F}$  und

Drosselspule  $L = 10 \text{ H}$ .

Als Spannungsquelle dient der Generator mit einer Ausgangsspannung von  $U_{eff} = 5 \text{ V}$  und einer Frequenz von  $1 \text{ kHz}$ . Der Spannungsverlauf am Verbraucherwiderstand  $R_V$  wird auf dem Bildschirm des Oszilloskops sichtbar gemacht, dabei sollte die Eingangskopplung auf DC stehen.

Zunächst ist  $R_V$  einzubauen; die Buchsen für den Gleichrichter und für die Drosselspule sind kurzzuschließen; die Spannung ist anzulegen. Dann werden nacheinander der Gleichrichter, der Ladekondensator  $C_L$ , der Siebkondensator  $C_S$  und die Drosselspule  $L$  in die Siebkette eingebaut. Die Schirmbilder nach dem jeweiligen Einbau dieser Bauelemente sind zu skizzieren.

## 5 Auswertung

**5.1.1** Für die Bauelemente  $C$  und  $L$  wird der Phasenwinkel  $\varphi$  anhand der Messwerte von  $U$  und  $U_R$  nach den Gleichungen (18) und (21) berechnet.

**5.1.2** Für alle drei Bauelemente wird der Phasenwinkel  $\varphi$  anhand der jeweiligen Darstellung der beiden Wechselspannungen auf dem Bildschirm ermittelt. Dabei kann der Phasenwinkel aus der Verschiebung der beiden Kurven zueinander im Vergleich zur Länge einer ganzen Schwingung ( $= 360^\circ$ ) bestimmt werden.

**5.1.3** Für die Bauelemente  $C$  und  $L$  wird der Phasenwinkel  $\varphi$  anhand der Messwerte von  $Y_1$  und  $Y_2$  nach der Gleichung (22) berechnet.

**5.1.4** Der Phasenwinkel  $\varphi$  wird anhand der Daten der Bauelemente  $C$ ,  $L$ , und  $R$  sowie der Frequenz  $f$  nach den Gleichungen (18) und (21) errechnet. Alle ermittelten Werte für die Phasenverschiebungen sind in einer Tabelle zusammenzufassen.

**5.2** Die Skizzen der Schirmbilder für die Wirkung der einzelnen Bauelemente in der Siebkette sind zu beschreiben.

## 6 Literatur

Bergmann-Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.2 Elektromagnetismus. de Gruyter, Berlin u.a. 2008

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Springer 2014

## 7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist der Effektivwert definiert und warum ist diese Definition sinnvoll?

7.2 Erläutern Sie die komplexe und die

Zeigerdarstellung von Wechselstromgrößen!

7.3 Wie ist ein Oszilloskop aufgebaut? Was kann man damit alles messen?